

Operat

**pt. „Opracowanie parametrów transformacji
współrzędnych punktów osnowy poziomej z układu lokalnego huty
(*HiL w Krakowie obecnie ArcelorMittal*) do układu PL-2000”**

obejmuje następujące zadania:

1. Wykonanie analizy technicznej operatu wykonanego w 2013 roku na zlecenie ArcelorMittal Poland S.A. przez Okręgowe Przedsiębiorstwo Geodezyjno-Kartograficzne w Krakowie dotyczącego transformacji współrzędnych punktów osnowy poziomej układu lokalnego huty na układy PL-2000, 1965 oraz BL (GRS80).
2. Analiza archiwalnej dokumentacji źródłowej z ArcelorMittal Poland S.A. dotyczącej założenia osnowy geodezyjnej na terenie huty oraz wykorzystanie informacji niezbędnych dla wyliczenia współczynników transformacji do układu PL-2000.
3. Wykonanie pomiarów kontrolnych techniką GNSS wybranych punktów osnowy poziomej zlokalizowanej na obszarze kombinatu ArcelorMittal Poland S.A. oraz porównanie współrzędnych obliczonych na podstawie przyjętych parametrów transformacji ze współrzędnymi uzyskanymi na podstawie pomiarów kontrolnych.
4. Przygotowanie ostatecznych parametrów transformacji współrzędnych z układu lokalnego huty do układu PL-2000, celem ich implementacji do programów TransDgnCitTif oraz VTransKr.

Wykonawcy:

Piotr Banasik
Marcin Ligas
Jacek Kudrys

Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
Kraków, 2015

Spis treści

	Str.
1. Wstęp.....	3
2. Wykonanie analizy technicznej operatu wykonanego w 2013 roku na zlecenie ArcelorMittal Poland S.A. przez Okręgowe Przedsiębiorstwo Geodezyjno-Kartograficzne w Krakowie dotyczącego transformacji współrzędnych punktów osnowy poziomej układu lokalnego huty na układy PL-2000, 1965 oraz BL (GRS80).....	4
3. Analiza archiwalnej dokumentacji źródłowej z ArcelorMittal Poland S.A. dotyczącej założenia osnowy geodezyjnej na terenie huty oraz wykorzystanie informacji niezbędnych dla wyliczenia współczynników transformacji do układu PL-2000.....	7
3.1 Wstępne prace geodezyjne.....	7
3.2 Opracowanie triangulacyjne.....	7
3.3 Obliczenie współrzędnych wierzchołków czworoboku.....	9
4. Wykonanie pomiarów kontrolnych techniką GNSS wybranych punktów osnowy poziomej zlokalizowanej na obszarze kombinatu ArcelorMittal Poland S.A. oraz porównanie współrzędnych obliczonych na podstawie przyjętych parametrów transformacji ze współrzędnymi uzyskanymi na podstawie pomiarów kontrolnych.....	12
5. Przygotowanie ostatecznych parametrów transformacji współrzędnych z układu lokalnego huty do układu PL-2000, celem ich implementacji do programów TransDgnCitTif oraz VTransKr.....	13
5.1 Wstępne opracowanie parametrów bezpośredniej transformacji afinicznej HiL → PL-2000.....	13
5.2 Porównanie wyników transformacji OPGK-A3 z transformacją AGH-A1 ₍₄₀₎	15
5.3 Porównanie wyników transformacji pośredniej poprzez układ Lokalny Krakowa.....	17
5.4 Ustalenie ostatecznych parametrów transformacji z układu HiL do układu PL-2000.....	18
Literatura.....	20

1. Wstęp

Zgodnie ze zleceniem Wydziału Geodezji Urzędu Miasta Krakowa nr W/IV-B/112/GD/1/2015 zespół pracowników Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie podjął prace, których celem było opracowanie parametrów transformacji współrzędnych z układu lokalnego (układ HiL)¹ stosowanego na obszarze dawnej Huty im. Lenina w Krakowie (obecnie ArcelorMittal) do układu państwowego PL-2000. Opracowane parametry zostaną wykorzystane do transformacji współrzędnych osnowy geodezyjnej zlokalizowanej na obszarze huty i terenach przyległych oraz do transformacji map opracowanych w układzie lokalnym huty.

W niniejszym opracowaniu wykorzystano:

- a) materiały archiwalne z zasobów HiL (ArcelorMittal), w tym operaty techniczne dotyczące zakładania osnowy geodezyjnej na potrzeby budowy huty z lat 1949-1951,
- b) operat pt. „*Transformacja współrzędnych punktów osnowy poziomej układu lokalnego huty na układy 1965, 2000 i BL(GRS80)*”, wykonany przez OPGK w Krakowie w roku 2013²,
- c) opracowanie pt. „*Analiza porównawcza danych numerycznych huty w odniesieniu do bazy PZGiK (obszary stykowe)*” z 2015 r., wykonane przez Wydział Geodezji UM Kraków,
- d) współrzędne punktów osnowy geodezyjnej z obszaru Krakowa z zasobu geodezyjnego UM Krakowa.

Wyżej wymienione materiały zostały udostępnione przez Wydział Geodezji UM Kraków.

Ponadto w opracowaniu wykorzystano raport pt. „*Opracowanie parametrów transformacji map wektorowych i rastrowych z Układu Lokalnego Krakowskiego (ULK) do układu 2000 wraz z analizą jej geometrycznych konsekwencji dla obszaru Krakowa*”, Kraków 2010, Wydział Geodezji Urzędu Miasta Krakowa, oraz informacje i dane z pozycji literatury wymienionej w rozdziale Literatura, na końcu operatu.

W niniejszym opracowaniu bardzo cenna okazała się współpraca z:

- a) pracownikami ArcelorMittal w zakresie informacji o archiwalnych materiałach geodezyjnych z obszaru huty, informacji o aktualnej osnowie geodezyjnej huty i odpowiedniego zaplanowania i wykonania pomiarów kontrolnych GPS na obszarze huty,
- b) Okręgowym Przedsiębiorstwem Geodezyjno-Kartograficznym w Krakowie, w zakresie wykonania pomiarów kontrolnych GPS na obszarze huty.

¹ W niniejszym opracowaniu dla wygody lokalny układ współrzędnych na obszarze huty, który podlega transformacji do układu PL-2000 będzie oznaczany przez „**układ HiL**”.

² W niniejszym opracowaniu dla wygody transformacja z układu HiL do PL-2000, zrealizowana przez OPGK w 2013 r. będzie oznaczona przez „**OPGK-A3**”, (czyli transformacja ogólnowielomianowa (lokalnie afiniczna) III stopnia).

2. Wykonanie analizy technicznej operatu wykonanego w 2013 roku na zlecenie ArcelorMittal Poland S.A. przez Okręgowe Przedsiębiorstwo Geodezyjno-Kartograficzne w Krakowie dotyczącego transformacji współrzędnych punktów osnowy poziomej układu lokalnego huty na układy PL-2000, 1965 oraz BL (GRS80).

Przedstawiony do analizy operat zawierał:

- a) „*Sprawozdanie techniczne z prac geodezyjnych związanych z wykonaniem transformacji układu lokalnego huty do układów: 2000, układu 65 i BL (GRS80/WGS-84)*” – część tekstowa,
- b) pliki danych i wyników oraz protokoły:
 - z transformacji wstępnej współrzędnych płaskich z układu huty na układ PL-2000 wykonane metodą transformacji równokątnej I stopnia (Helmerta) oraz ogólnowielomianowej IV stopnia,
 - z transformacji ostatecznej współrzędnych płaskich z układu HiL na układ PL-2000 i 1965 wykonane metodą transformacji ogólnowielomianowej III stopnia,
- c) zestawienie zbiorcze współrzędnych punktów osnowy geodezyjnej huty, we wszystkich ww. układach współrzędnych w formacie Excel („*Wykaz współrzędnych ostateczny.xls*”).

Ze względu na przedmiot niniejszego opracowania szczegółowej analizie podlegała tylko część operatu dotycząca transformacji do układu PL-2000.

Ze sprawozdania wynika, że do transformacji wybrano 29 punktów dostosowania, w tym 8 punktów dostarczonych przez Zleceniodawcę (UM Kraków) oraz 21 punktów pomierzonych techniką GPS-RTK. Punkty dostosowania są tak rozmieszczone, aby obejmowały obszar podlegający transformacji – występują na obrzeżach obszaru transformacji. Wykonawca wstępnie zrealizował transformację równokątną I stopnia (Helmerta) uzyskując maksymalną odchyłkę liniową 11 cm (punkt 3430) i błąd średni jednostkowy $m_0 = 0.04$ m. W protokole znajduje się stwierdzenie, że: „*punkt 3430 w związku z dużą odchyłką odrzucono z dalszych obliczeń*”. Następnie wykonano transformację ogólnowielomianową stopnia III zarówno dla przejścia na układ PL-2000 jak i „1965”. W pierwszym przypadku uzyskano odchyłkę liniową maksymalną równą 7 cm (punkt 4174) i błąd średni jednostkowy $m_0 = 0.03$ m. Wyniki z tego etapu uznano za ostateczne. Ponadto podano parametry transformacji w postaci środków ciężkości układów: lokalnego HiL, „1965” i PL-2000 oraz kąta obrotu osi i skali liniowej (transformacja Helmerta). Wszystkie ww. obliczenia wykonano za pomocą pakietu Geonet.

Analizując opisane powyżej sprawozdanie oraz protokoły transformacji w postaci plików można stwierdzić, że:

- 1) w transformacji wstępnej (Helmerta) oprócz wymienionego punktu 3430, który uzyskał maksymalną odchyłkę liniową znajdują się inne punkty z dość dużą odchyłką: np. punkt 4081 i 3347 – 10 cm, 3320 – 9 cm, 3342 – 8 cm. Wszystkich punktów, których odchyłka liniowa przekracza 6 cm jest 13, a więc 45% punktów dostosowania. Liczne duże

odchyłki mogą wynikać z niedokładności współrzędnych punktów dostosowania lub z nieodpowiednio dobranego rodzaju transformacji. Brak jest w sprawozdaniu informacji, o wynikach transformacji bez punktu o największej odchyłce. Brak jest również uzasadnienia na stosowanie transformacji Helmerta, jako optymalnej do wstępnej transformacji.

- 2) W transformacji finalnej (ogólnowielomianowej III stopnia) użyto również 29 punktów dostosowania, włącznie z punktem 3430, który miał być odrzucony. W operacji brak jest uzasadnienia do stosowania takiej transformacji, jako optymalnej. Wydaje się, że jedynym kryterium wyboru takiej transformacji było zminimalizowanie odchyłek na punktach dostosowania (maksymalna odchyłka liniowa wyniosła 7 cm dla punktu 4174). Warto zauważyć, że ten punkt w transformacji wstępnej miał odchyłkę nieprzekraczającą 4 cm. Oprócz punktu 4174 jeszcze 5 punktów dostosowania uzyskało odchyłkę liniową powyżej 6 cm. Należy stwierdzić, że zastosowanie wysokiego, III stopnia w przypadku punktów o mniej dokładnych współrzędnych oraz takim brzegowym rozmieszczeniu punktów dostosowania powoduje przesunięcie odchyłek w miejsca pozbawione punktów dostosowania, tj. w tym przypadku do wnętrza obszaru transformacji. Zmniejsza się tym samym dokładność współrzędnych punktów transformowanych znajdujących się na tym obszarze. Korekta postransformacyjna Hausbrandta może złagodzić niekorzystne skutki tak przeprowadzonej transformacji, jednak nie ma pewności, co do jej pełnej skuteczności. Celem korekty Hausbrandta powinno być jedynie rozrzucenie przypadkowych niedokładności współrzędnych punktów dostosowania (odchyłek), które nie spełniają warunków funkcji transformującej, a nie sam proces transformacji. Stąd punkty dostosowania powinny zostać starannie wyselekcjonowane, aby nie zawierały takich niedokładności i tym samym, aby można uzyskać minimalne odchyłki za pomocą transformacji wielomianowej niskiego stopnia. Stosując wielomian wysokiego stopnia można uzyskać podobnie małe odchyłki, ale tylko w punktach dostosowania. Ich rzeczywiste większe wartości przenoszą się na obszary sąsiednie. Stosowanie wielomianu transformacyjnego wysokiego stopnia powinno być uzasadnione znaczną zmiennością skali wynikającą z konstrukcji układów współrzędnych pierwotnego i wtórnego, co ma najczęściej miejsce w przypadku dużych obszarów transformacji. W analizowanym przypadku huty obszar transformacji o rozmiarze 6km×6km należy uznać za bardzo mały. Na tak małym obszarze zmienność skali układu docelowego PL-2000 jest minimalna (1 cm/km) i przebiega w kierunku równoleżnikowym. W związku z tym można byłoby bez szkody dla dokładności obliczeń ustalić w transformacji układu HiL na PL-2000 jeden stały współczynnik skali lub dodatkowo uzmiennić go w zależności od kierunku. Odpowiada to transformacji wielomianowej I stopnia (Helmerta - skala stała lub afinicznej – zmienna, kierunkowa). Zmienność skali układu lokalnego huty należałoby ustalić na podstawie informacji o tym układzie. W analizowanym operacji OPGK brak jest informacji o badaniach w tym zakresie.
- 3) Opinię o zastosowaniu dla obszaru huty wielomianu transformacyjnego niskiego stopnia przy dobrze wyselekcjonowanych punktach dostosowania potwierdzają wyniki bezpośredniego pomiaru kontrolnego (patrz rozdz. 3). Na 3 punktach kontrolnych różnice we współrzędnych transformowanych w opracowaniu OPGK (transformacja III stopnia)

wyniosły: 4 cm, 6, cm, 5 cm, a w transformacji niskiego stopnia zaproponowanej w niniejszym opracowaniu (afiniczna I stopnia) wyniosły odpowiednio: 3 cm, 2 cm, 3 cm.

4) Wnioski:

- w związku z powyżej stwierdzonymi faktami transformacja zrealizowana w 2013 r. powinna zostać powtórnie zrealizowana,
- w nowo opracowanym algorytmie zespół punktów dostosowania powinien być starannie wyselekcjonowany, w miarę możliwości uzupełniony o dodatkowe punkty dostosowania,
- należy ustalić na podstawie dostępnych materiałów archiwalnych konstrukcję układu lokalnego HiL, w celu sprawdzenia zmienności skali tego układu, co pozwoli na ustalenie odpowiedniego rodzaju i stopnia wielomianu transformującego,
- należy przeprowadzić testy transformacji, zbadać istotność współczynników transformacji dla różnych stopni wielomianu,
- wybrać do transformacji wielomian o najniższym możliwym stopniu.

3. Analiza archiwalnej dokumentacji źródłowej z ArcelorMittal Poland S.A. dotyczącej założenia osnowy geodezyjnej na terenie huty oraz wykorzystanie informacji niezbędnych dla wyliczenia współczynników transformacji do układu PL-2000.

Celem niniejszej analizy geodezyjnych materiałów archiwalnych było ustalenie procedury tworzenia na obszarze huty lokalnego układu współrzędnych (układu HiL) i ustalenie własności tego układu, głównie jego zmienności skali. Istotnymi w tym zakresie okazały się operaty geodezyjne opracowane latach 1949-1955, kiedy budowano Zakłady Metalurgiczne w Nowej Hucie.

3.1 Wstępne prace geodezyjne

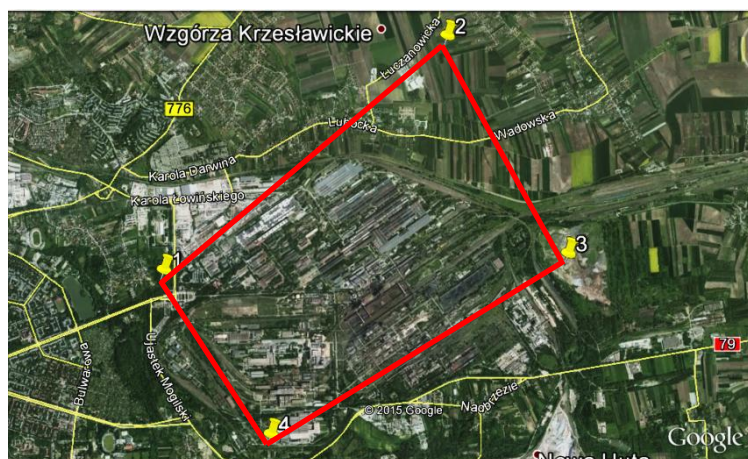
Pierwsze prace geodezyjne związane z planowaną budową Zakładów Metalurgicznych w Nowej Hucie zapoczątkowane zostały w kwietniu 1949 r. Celem pomiarów sytuacyjno-wysokościowych było opracowanie odpowiednich map w skalach od 1:500 do 1:5000, dla obszaru o wielkości ok. 900 ha. W pomiarach wykorzystano istniejącą państwową osnowę geodezyjną, w tym najbliższe punkty sieci triangulacyjnej ze współrzędnymi w układzie katastralnym (Lwowskim) i sieci niwelacyjnej w układzie wysokości Amsterdam (1926-37). Na tym etapie zdecydowano, że dla potrzeb kombinatu zostanie opracowany odrębny, lokalny układ współrzędnych płaskich XY. Podstawą tego układu miał być czworobok geodezyjny z punktami triangulacyjnymi w wierzchołkach i własną bazą liniową (rys. 1a). Układ HiL miał być zrealizowany na płaszczyźnie przebiegającej na średnim poziomie terenu, bez wykorzystania odwzorowania kartograficznego. Taki sposób realizacji eliminował w przyszłości potrzebę wprowadzania poprawek odwzorowawczych lub redukcji do pomiarów geodezyjnych.

3.2 Opracowanie triangulacyjne

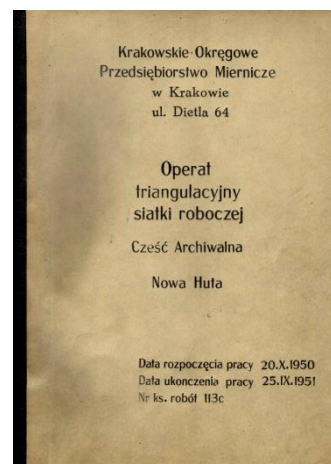
Wykonawcą całości prac geodezyjnych było Krakowskie Okręgowe Przedsiębiorstwo Miernicze w Krakowie. Z wykonanych prac sporządzona została dokumentacja w postaci:

- a) Operatu triangulacyjnego (rys. 1b),
- b) Operatu pomiaru bazy,
- c) Operatu niwelacyjnego.

W wyniku wywiadu terenowego (sierpień 1950 r.) wytypowano w rejonie obecnej huty punkty czworoboku geodezyjnego (oznaczone numerami I-IV). Punkt I był dawnym punktem osnowy triangulacyjnej. Trzy punkty zabudowano sygnałami triangulacyjnymi, jeden wieżą triangulacyjną. Zabudowa sygnałami zapewniała widoczność wzajemną wierzchołków czworoboku i widoczność na sąsiednie punkty osnowy triangulacyjnej, do których nawiązano czworobok (rys. 2).



a)



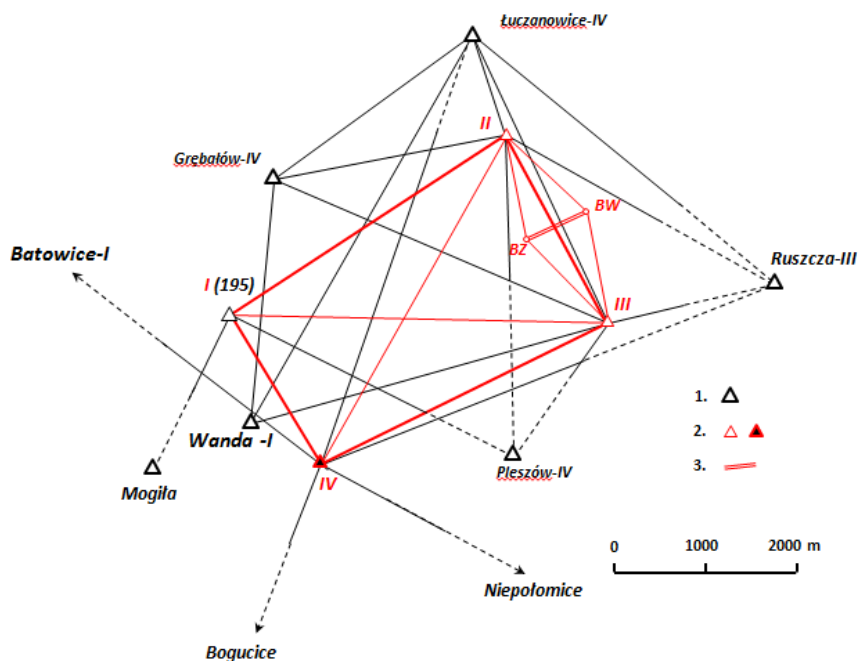
b)

Rys. 1 Czworobok geodezyjny na obszarze huty;
a) lokalizacja czworoboku na tle współczesnej topografii;
b) okładka operatu triangulacyjnego z pomiaru i opracowania czworoboku

Do nawiązania czworoboku przyjęto współrzędne katastralne (X_K, Y_K) z tzw. układu Lwowskiego ww. punktów triangulacyjnych.

Rozmiar czworoboku określają przybliżone długości jego boków:

$$\begin{aligned} d_{I-II} &= 3755 \text{ m,} \\ d_{II-III} &= 2552 \text{ m,} \\ d_{III-IV} &= 3509 \text{ m,} \\ d_{IV-I} &= 1978 \text{ m.} \end{aligned}$$



Rys. 2 Szkic poziomej podstawowej osnowy na obszarze przeznaczonym na budowę HiL [1];
1) punkty triangulacyjne do nawiązania czworoboku; 2) punkty czworoboku; 3) baza liniowa

Na punktach utworzonej sieci wykonano pomiary kątów poziomych (metodą kierunkową). Na boku II-III utworzono bazę liniową, której zadaniem było nadanie sieci odpowiedniej skali liniowej. Baza przebiegała w kierunku wschód-zachód, azymut ok. 60 st., w terenie o minimalnym spadku. Punkty końcowe bazy zostały trwale zastabilizowane i oznaczono następująco: zachodni - BZ i wschodni - BW. Pomiar bazy wykonano dwukrotnie za pomocą drutów Jaderina. Bazę dowiązano niwelacyjnie do reperów osnowy wysokościowej za pomocą niwelacji technicznej i obliczono wysokości jej końców w układzie wysokości Amsterdam. Pomierzoną długość bazy zredukowano na średnią wysokość terenu wynoszącą $H_t = 220$ m n.p.m. Po wprowadzeniu odpowiednich redukcji i poprawek obliczona długość bazy na tym poziomie wyniosła $D_t = 719.860$ m ($m_0 = \pm 0.6$ mm). Na punktach II i III oraz BZ i BW wykonano pomiary kątowe dla potrzeb rozwinięcia boku II-III i obliczenia jego długości na płaszczyźnie tworzonego układu lokalnego. Bok ten posłużył do rozwiązania trójkątów czworoboku i obliczenia długości jego pozostałych boków. Tym sposobem skala bazy została przeniesiona na cały czworobok.

3.3 Obliczenie współrzędnych wierzchołków czworoboku

Współrzędne wierzchołków czworoboku obliczono w kilku układach:

1) We współrzędnych układu katastralnego (Lwowskiego) X_K, Y_K :

- a) *w tzw. układzie S1: w nawiązaniu do istniejących punktów triangulacyjnych, przy czym współrzędne punktu I przyjęto z istniejącej triangulacji, współrzędne punktów II-IV za pomocą wcięć kątowych do sąsiednich punktów osnowy triangulacyjnej (rys. 2). W ten sposób uzyskano współrzędne katastralne wierzchołków czworoboku:*

Tab. 1 Współrzędne czworoboku w układzie S1:

Punkt	X_{K-S1} [m]	Y_{K-S1} [m]
I	-33470.38	284422.85
II	-35770.40	281453.92
III	-33485.24	280315.99
IV	-31786.07	283386.29

b) **w tzw. układzie S2:**

- układ $S2_{Baza}$: współrzędne katastralne po uwzględnieniu skali z bazy liniowej BZ-BW (długość na poziomie terenu), przy zachowaniu stałego punktu I;
- z układu $S2_{Baza}$ współrzędne przetransformowano do układu S1, (transformacja metodą Weigla [4]), tworząc końcową wersję współrzędnych w układzie S2.

Tab. 2 Współrzędne czworoboku w układzie $S2_{Baza}$ i S2

Punkt	$X_{K-S2Baza}$ [m]	$Y_{K-S2Baza}$ [m]	X_{K-S2} [m]	Y_{K-S2} [m]
I	-33470.38	284422.85	-33470.472	284422.501
II	-35770.095	281454.486	-35770.097	281454.067
III	-33485.311	280316.611	-33485.278	280316.261
IV	-31786.197	283386.451	-31786.258	283386.153

2) We współrzędnych układu lokalnego HiL:

układ S2 przetransformowano do lokalnego HiL (nazwanego w ww. operatach „roboczym”) za pomocą transformacji izometrycznej, po przyjęciu przesunięcia początku układu i kąta obrotu jego osi.

Transformacja izometryczna układu S2 na układ HiL:

Przesunięcie i obrót układu S2:

Przyjęte współrzędne bieguna w układzie katastralnym:

$$X_K = 33406.00, Y_K = -282053.00$$

Przyjęty kąt obrotu: 33°

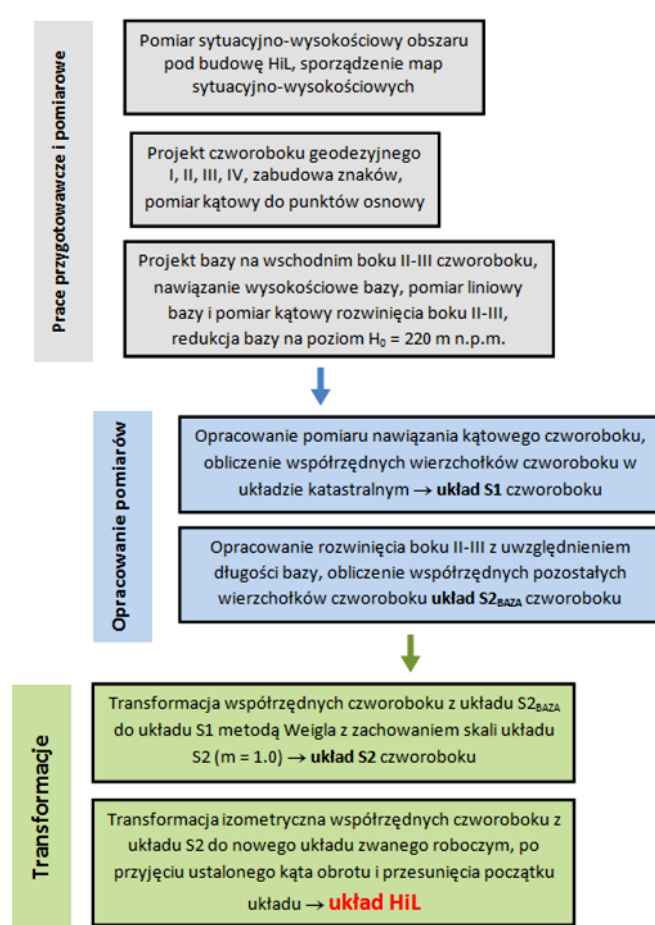
Przyjęte współrzędne bieguna w układzie HiL:

$$X_R = 3000.00, Y_R = 3000.00$$

Tab. 3 Współrzędne czworoboku w układzie HiL

Punkt	X_{HiL} [m]	Y_{HiL} [m]
I	4344.590	1047.882
II	4656.495	4789.882
III	2120.591	4499.729
IV	2367.653	999.749

Punkty czworoboku we współrzędnych układu HiL stanowiły podstawę do rozwinięcia osnowy geodezyjnej na obszarze huty.



Rys. 5 Schemat utworzenia lokalnego układu współrzędnych dla HiL

Z powyższego opisu wynika, że układ HiL jest układem współrzędnych płaskich XY, na płaszczyźnie stycznej do kuli o promieniu $R+220$ m, ze stałą na całym obszarze skalą, nadaną za pomocą pomierzonej bazy czworoboku. Transformacje realizowane do układu katastralnego (układ S2), a następnie do układu HiL były transformacjami izometrycznymi, co nie wpłynęło na zmianę skali układu.

Skalę liniową układu HiL należy uznać za stałą na całym obszarze układu, a jej zmienność za zerową. Z kolei zmienność skali w układzie PL-2000 jest ze względu na niewielki obszar minimalna i zawiera się w zakresie $-2\text{cm/km} \div -3\text{cm/km}$ (dla skrajnych punktów obszaru transformacji). Stąd wystarczającym wielomianem transformującym powinien być wielomian I-go stopnia, w którym ustalana jest średnia, ale stała wartość skali na całym obszarze (transformacja Helmerta) lub też średnia skala zależna od kierunku (transformacja afiniczna – ogólnowielomianowa I stopnia). Ze względu na kierunkowość skali w układzie PL-2000 (zmiana skali występuje w kierunku równoleżnikowym) lepsze rezultaty powinno się osiągnąć transformacją afiniczną.

4. Wykonanie pomiarów kontrolnych techniką GNSS wybranych punktów osnowy poziomej zlokalizowanej na obszarze kombinatu ArcelorMittal Poland S.A. oraz porównanie współrzędnych obliczonych na podstawie przyjętych parametrów transformacji ze współrzędnymi uzyskanymi na podstawie pomiarów kontrolnych.

Pomiar GNSS (obserwacje GPS) metodą statyczną wykonano 24 lutego 2015 r. na trzech punktach kontrolnych oznaczonych numerami: 3106, 3562 i 4018. Położenie punktów zaznaczono na rys. 6. Do pomiaru wykorzystano dwa odbiorniki Hiper II i jeden GR-3 firmy Topcon. Obserwacje wykonano w jednej sesji pomiarowej, przy czym obserwacje na punkcie 3106 trwały 2^h07^m, na punkcie 3562 – 1^h38^m, a na punkcie 4018 – 4^h16^m.

Współrzędne punktów wyznaczono w nawiązaniu do punktu KRA1 12218M002 podstawowej, fundamentalnej osnowy kraju, przyjmując współrzędne w układzie PL-ETRF2000 na epokę 2011.0 publikowane na stronie ASG-EUPOS (<http://www.asgeupos.pl>). Obliczenia wykonano przy pomocy oprogramowania GNSS Solutions v.3.80.8, wykorzystując obserwacje sygnałów od satelitów systemu GPS. Do obliczeń zastosowano efemerydę broadcast i parametry kalibracyjne anten odbiorników zamieszczone na stronach National Geodetic Survey (<http://www.ngs.noaa.gov>). Dzienniki pomiarowe, szkic sieci pomiarowej oraz raport z obliczeń zamieszczono w załączniku „Pomiar kontrolny GPS” na CD dołączonym do niniejszego operatu.

Tab. 4 Współrzędne elipsoidalne punktu nawiązania ASG-EUPOS KRA1 i pomierzonych punktów kontrolnych w układzie PL-ETRF2000 na epokę 2011.0

Nr punktu	ϕ [° ' "]	λ [° ' "]	h [m]
KRA1	50 03 57.99887	19 55 13.64801	267.112
3106	50 04 19.39931	20 07 53.50559	246.935
3562	50 05 04.18923	20 06 58.92676	259.680
4018	50 04 29.42369	20 05 20.81672	256.493

Powyższe współrzędne elipsoidalne przeliczono na współrzędne płaskie w układzie PL-2000, za pomocą programu *Transpol 2.06* (tab. 5).

Tab. 5 Współrzędne punktów pomierzonych w układzie PL-2000

Nr	$X_{PL-2000}$ [m]	$Y_{PL-2000}$ [m]
3106	5548795.800	7437832.656
3562	5550192.281	7436763.791
4018	5549141.650	7434800.404

Porównanie ich ze współrzędnymi uzyskanymi z transformacji zrealizowanej przez OPGK w 2013 r. oraz transformacji zaproponowanej w niniejszym operacie zrealizowano w rozdziale 5.1.

5. Przygotowanie ostatecznych parametrów transformacji współrzędnych z układu lokalnego huty do układu PL-2000, celem ich implementacji do programów TransDgnCitTif oraz VTransKr.

5.1 Wstępne opracowanie parametrów bezpośredniej transformacji afinicznej HiL → PL-2000

Zgodnie z wnioskami zawartymi w rozdziale 3, w celu przeliczenia współrzędnych punktów osnowy z układu HiL do układu PL-2000 zastosowano model transformacji afinicznej według poniższych zależności.

$$\begin{cases} x_i^{PL-2000} = a_0 + a_1(x_i^{HiL} - x_B^{HiL}) + a_2(y_i^{HiL} - y_B^{HiL}) \\ y_i^{PL-2000} = b_0 + b_1(x_i^{HiL} - x_B^{HiL}) + b_2(y_i^{HiL} - y_B^{HiL}) \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ – wyznaczane parametry modelu transformacji

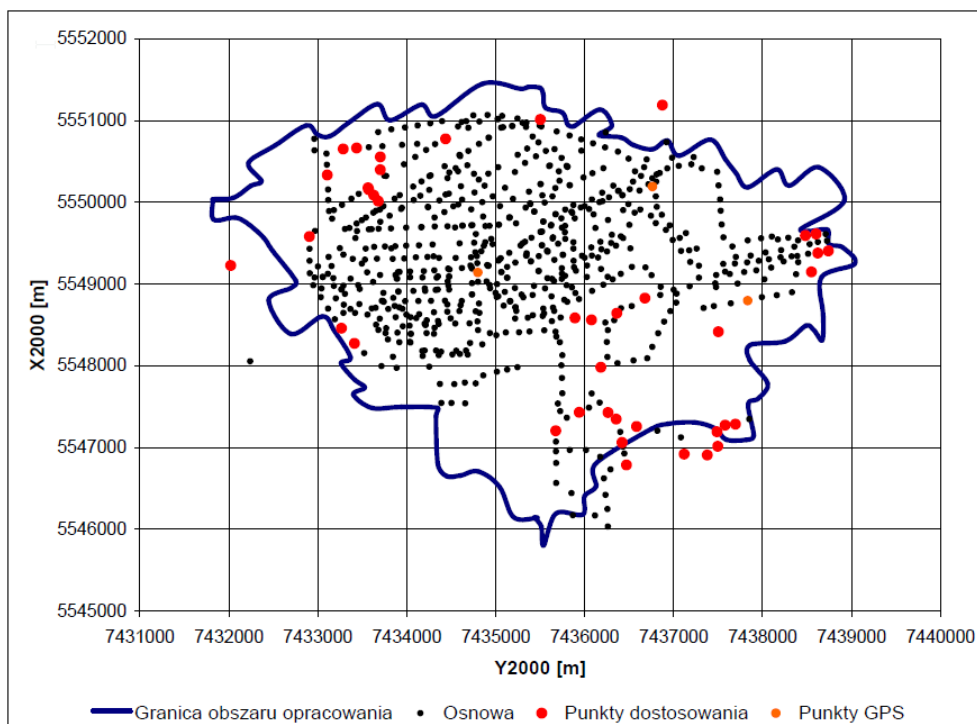
$x_i^{PL-2000}, y_i^{PL-2000}$ – współrzędne punktów w układzie PL-2000 (układ wtórny)

x_i^{HiL}, y_i^{HiL} – współrzędne punktów w układzie HiL (układ pierwotny)

$x_B^{HiL} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^{HiL}}{n}, y_B^{HiL} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^{HiL}}{n}$ – współrzędne bieguna (środka ciężkości) w układzie HiL

W pierwszym etapie wykonano „testową” transformację afiniczną na 48 punktów dostosowania, w tym:

- 29 punktów zawartych w operacie z 2013 r. [6],
- 19 nowych punktów dostosowania, których współrzędne w układzie HiL znajdowały się w wykazie zawartym w [6], a których współrzędne w układzie PL-2000 zawarte są w zasobie UM Kraków (zmodernizowana osnowa pozioma III klasy na obszarze Krakowa). Rozmieszczenie punktów dostosowania nie jest równomierne na obszarze transformacji, punkty te znajdują się na brzegach obszaru, czyli na styku obszaru miasta i huty (rys. 6). Charakterystyki dokładnościowe transformacji testowej wskazały na potrzebę eliminacji ze zbioru punktów dostosowania kilku punktów odstających. Punkty odstające usuwano sekwencyjnie (po jednym) każdorazowo szacując nowy model transformacji z pełną analizą dokładności. Takie sekwencyjne podejście doprowadziło do eliminacji 8 punktów uznanych za odstające i przeprowadzenie oszacowania parametrów modelu transformacji wraz z analizą dokładności na podstawie 40 punktów dostosowania obejmujących obszar opracowania. Taką transformację oznaczono symbolem AGH-A1₍₄₀₎ (afiniczna I stopnia dla 40 punktów dostosowania). Dla tak dobranych 40 punktów dostosowania otrzymano następujące parametry transformacji i wskaźniki oceny jej dokładności (tab. 6).



Rys. 6 Rozmieszczenie punktów osnowy oraz punktów dostosowania i kontrolnych GPS na obszarze transformacji z układu HiL do układu PL-2000

Tab. 6 Parametry transformacji AGH-A1₍₄₀₎ wraz z charakterystyką dokładności

Liczba punktów dostosowania: 40	
(80 równań, 6 niewiadomych)	
Współrzędne środka ciężkości w układzie pierwotnym (R)	
$x_B^{HiL} = 1948.5037 \text{ m}$	$y_B^{HiL} = 2724.2975 \text{ m}$
Parametry transformacji afinicznej	
$a_0 = 5548819.894249999$	$b_0 = 7435756.823499999$
$a_1 = 0.815871405542025$	$b_1 = -0.578128946758891$
$a_2 = 0.578112682292018$	$b_2 = 0.815870444758986$
Charakterystyka odchylek	
Odchyłki maksymalne dla współrzędnych X i Y	
$V_{x_{max}} = 0.057 \text{ m}$	$V_{y_{max}} = 0.047 \text{ m}$
Maksymalna odchyłka wypadkowa: $V_{xy} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$	
$V_{xy_{max}} = 0.058 \text{ m}$	
Średnie odchyłki bezwzględne	
$V_{x_{ SR }} = 0.022 \text{ m}$	$V_{y_{ SR }} = 0.016 \text{ m}$
Odchyłki średniokwadratowe	
$V_{x_{SKW}} = 0.027 \text{ m}$	$V_{x_{SKW}} = 0.021 \text{ m}$
Błąd średni transformacji	
$m_0 = 0.025 \text{ m}$	

Do weryfikacji poprawności (rzeczywistej dokładności modelu transformacji) wykorzystano trzy punkty kontrolne pomierzone technologią GPS, metodą statyczną. W wyniku porównania współrzędnych otrzymanych z transformacji afinicznej (opartej na 40 punktach dostosowania) i bezpośredniego pomiaru otrzymano następujące różnice współrzędnych, co przedstawiono w poniższej tabeli (tab. 7).

Tab. 7 Różnice między wynikami transformacji AGH-A1₍₄₀₎ a wynikami pomiaru kontrolnego GPS

Punkt	Transformacja AGH-A1 ₍₄₀₎		Wyniki pomiaru GPS		ΔX	ΔY	ΔXY
	X	Y	X	Y			
	[m]						
3106	5548795.7942	7437832.6843	5548795.7997	7437832.6562	-0.006	0.028	0.029
3562	5550192.2809	7436763.8137	5550192.2810	7436763.7913	-0.000	0.022	0.022
4018	5549141.6195	7434800.4125	5549141.6503	7434800.4041	-0.031	0.008	0.032
						Średnia:	0.028

W tabeli 8 zamieszczono analogiczne wyniki dla transformacji OPGK-A3 zrealizowanej w 2013 r. [6].

Tab. 8 Różnice między wynikami transformacji OPGK a wynikami pomiaru kontrolnego GPS

Punkt	X _{OPGK-A3}	Y _{OPGK-A3}	ΔX	ΔY	ΔXY
	[m]				
3106	5548795.844	7437832.656	-0.044	0.003	0.044
3562	5550192.330	7436763.791	-0.049	-0.042	0.064
4018	5549141.658	7434800.404	-0.008	-0.046	0.047
				Średnia:	0.052

Uzyskane z rozwiązania AGH-A1₍₄₀₎ odchyłki wypadkowe ΔXY są mniejsze od odpowiednich odchyłek uzyskanych z rozwiązania OPGK-A3 na wszystkich punktach kontrolnych. Średnia odchyłka wypadkowa w rozwiązaniu AGH-A1₍₄₀₎ jest niemal dwukrotnie mniejsza od takiej samej odchyłki z rozwiązania OPGK-A3.

W związku z uzyskaną zgodnością kontrolnego pomiaru z rozwiązaniem transformacyjnym AGH-A1₍₄₀₎, powyższe punkty kontrolne 3106, 3562 i 4018 dołączono do grupy punktów dostosowania.

5.2 Porównanie wyników transformacji OPGK-A3 z transformacją AGH-A1₍₄₀₎

Do porównania użyto raportów z:

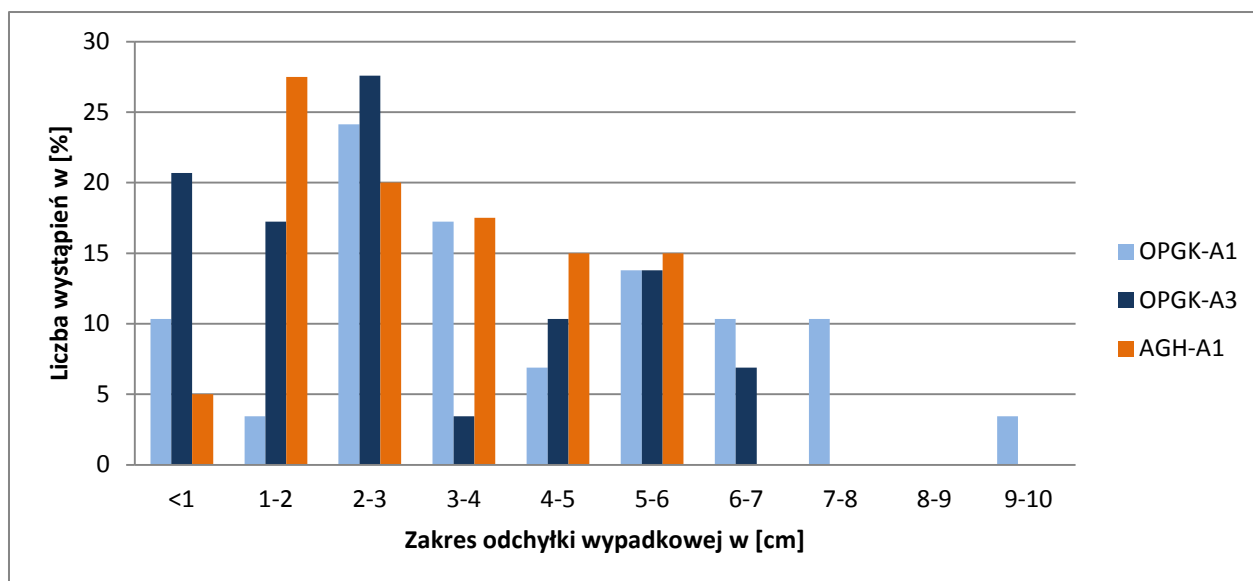
- transformacji ogólnowielomianowej (afinicznej) III stopnia zrealizowanej przez OPGK [6], oznaczone przez OPGK-A3,
- transformacji ogólnowielomianowej (afinicznej) I stopnia zaproponowanej w niniejszej pracy (rozdział 5.1), oznaczone przez AGH-A1₍₄₀₎,

oraz

- dodatkowo wykonanej transformacji ogólnowielomianowej (afinicznej) I stopnia z wykorzystaniem punktów dostosowania podanych w operacie OPGK [6], oznaczone OPGK-A1.

Wyniki porównania ilustruje wykres odchyłek dla ww. trzech rodzajów transformacji (rys. 7). Badaniu podlegały odchyłki wypadkowe (V_{xy}), obliczone w punktach dostosowania,

na podstawie odchyłek we współrzędnych X i Y. Poszczególne słupki wykresu przedstawiają procentową liczbę wystąpień danej odchyłki wypadkowej.



Rys. 7 Porównanie rozkładu odchyłek wypadkowych na punktach dostosowania dla rozwiązania OPGK (afiniczna I i III stopnia) i rozwiązania AGH-A1₍₄₀₎ (afiniczna I stopnia)

Z wykresu wynika, że w transformacji OPGK-A1₍₄₀₎ wielomianem stopnia I odchyłki wypadkowe są dość wysokie (kolor niebieski). Aż 20% punktów ma odchyłki w zakresie od 6 cm do 10 cm. Zastosowanie wielomianu III stopnia (OPGK-A3) spowodowało zmniejszenie odchyłek dużych (kolor granatowy). Lepszy efekt zmniejszenia wartości odchyłek można byłoby uzyskać poprzez odpowiednią dobór punktów dostosowania, jak to zrealizowano w rozwiązaniu AGH-A1₍₄₀₎. Porównując te dwa ostatnie rozwiązania OPGK-A3 (afiniczna III stopnia) i AGH-A1₍₄₀₎ (afiniczna I stopnia) można zauważyć, że odchyłek minimalnych, mniejszych od 1 cm jest w tym pierwszym rozwiązaniu 2 razy więcej niż w rozwiązaniu AGH-A1₍₄₀₎. Jednak mimo zastosowania wielomianu o wysokim III stopniu nie udało się zmniejszyć odchyłek maksymalnych z zakresu 6-7 cm. Takich dużych odchyłek nie ma w rozwiązaniu AGH-A1₍₄₀₎, mimo, że zastosowano najprostszy model – wielomian I stopnia. Powyższy przykład wskazuje na nieodpowiedni dobór punktów dostosowania w rozwiązaniu OPGK i próbę minimalizacji odchyłek poprzez stosowanie wysokiego stopnia wielomianu.

Warto zauważyć, że odchyłki na punktach dostosowania wskazują na dopasowanie układów jedynie na tych punktach. Duże odchyłki zminimalizowane poprzez stosowanie wielomianu wyższego stopnia przenoszą się na otoczenie, gdzie nie jest możliwe ich kontrolowanie.

5.3 Porównanie wyników transformacji pośredniej poprzez układ Lokalny Krakowa³

W jednym z operatów poligonizacji technicznej z 1968 r. podane zostały wzory transformacji Helmerta, którą przyjęto do transformacji współrzędnych z układu HiL do funkcjonującego już wtedy na obszarze Krakowa układu Lokalnego Krakowa [3]:

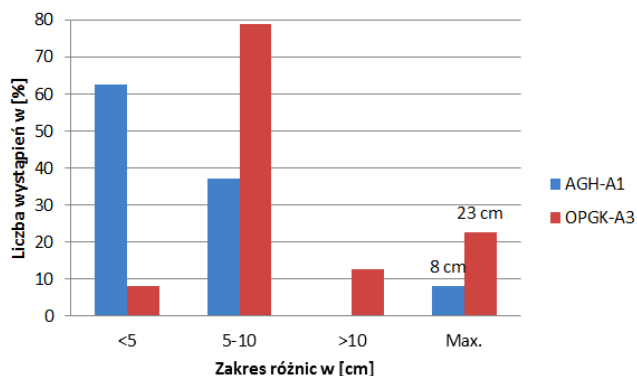
$$\begin{aligned} X_{ULK} &= -29255.780 - 0.5446045 \cdot Y_{HiL} - 0.8386930 \cdot X_{HiL} \\ Y_{ULK} &= 282936.582 - 0.8386930 \cdot Y_{HiL} + 0.5446045 \cdot X_{HiL} \end{aligned} \quad (1)$$

W operacie tym nie podano, w jaki sposób opracowano parametry tych wzorów. Należy przypuszczać, że wzory tego rodzaju służyły do uzgadniania materiałów geodezyjnych tworzonych na styku obszaru Krakowa i HiL. Jednocześnie w 2010 r. opracowany został algorytm transformacji współrzędnych z układu Lokalnego Krakowa (ULK) do układu PL-2000 [5]. Zastosowano w nim transformację równokątną II stopnia. Ze względu na położenie obszaru HiL wewnątrz obszaru Krakowa, algorytm tej transformacji obowiązuje również na obszarze HiL. W związku z tym przeprowadzono badania sprawdzające, jakie rezultaty można uzyskać w pośredniej dwuetapowej transformacji w stosunku do transformacji jednoetapowej (AGH-A1) opisanej w rozdziale 5.1). Transformację dwuetapową zrealizowano wg schematu:

a) HiL → ULK – za pomocą zależności (1),

b) ULK → PL-2000 – za pomocą algorytmu transformacji równokątnej II st. zawartej w [5]

Uznano, że wyniki z takiej dwuetapowej transformacji mogą stanowić ocenę dokładności algorytmu transformacji w miejscach granicy obszaru HiL i Krakowa. Wyniki transformacji dwuetapowej porównano do wyników transformacji zaproponowanej przez OPGK-A3 i transformacji AGH-A1₍₄₀₎. Wyniki porównania podano w postaci wykresu (rys. 8).



Rys. 8 Różnice w zgodności dwu-etapowej transformacji (HiL→ULK→PL-2000) w porównaniu z transformacją AGH-A1₍₄₀₎ i OPGK-A3

Wyniki porównania zawarte na wykresie (rys. 8) wskazują na większą zgodność między transformacjami wykonywanymi na obszarze huty do układu ULK, transformacją ULK-2000 opracowaną w 2010 r. i transformacją AGH-A1₍₄₀₎ w stosunku do transformacji OPGK-A3. Największe rozbieżności przekraczające 15 cm wystąpiły na południowo-zachodnim i północno-wschodnim skraju obszaru transformacji.

³ Wnioski z niniejszego rozdziału należy traktować jako pomocnicze w ocenie algorytmu transformacji bezpośredniej z układu HiL do układu PL-2000.

5.4 Ustalenie ostatecznych parametrów transformacji z układu HiL do układu PL-2000

Do ustalenia parametrów transformacji z układu HiL do układu PL-2000 przyjęto ostatecznie 43 punkty dostosowania (40 punktów z transformacji wstępnej i 3 punkty kontrolne z bezpośredniego pomiaru GPS). Parametry tej transformacji realizowanej wg wzorów (1) są następujące (tab. 8).

Tab. 8 Parametry transformacji AGH-A1₍₄₃₎ z układu HiL do układu PL-2000 wraz z charakterystyką dokładności

Liczba punktów dostosowania: 43	
(86 równań, 6 niewiadomych)	
Współrzędne środka ciężkości w układzie pierwotnym HiL	
$x_B^{HiL} = 1951.6016 \text{ m}$	$y_B^{HiL} = 2787.1053 \text{ m}$
Parametry transformacji afinicznej	
$a_0 = 5548858.7325813957$	$b_0 = 7435806.2742232569$
$a_1 = 0.815871504324496$	$b_1 = -0.578129209566411$
$a_2 = 0.578112610196306$	$b_2 = 0.815869384898752$
Charakterystyka odchylek	
Odchyłki maksymalne dla współrzędnych X i Y	
$V_{x_{\max}} = 0.056 \text{ m}$	$V_{y_{\max}} = 0.048 \text{ m}$
Maksymalna odchyłka wypadkowa: $V_{xy} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$	
$V_{xy_{\max}} = 0.057 \text{ m}$	
Średnie odchyłki bezwzględne	
$V_{x_{ SR }} = 0.021 \text{ m}$	$V_{y_{ SR }} = 0.016 \text{ m}$
Odchyłki średniokwadratowe	
$V_{x_{SKW}} = 0.027$	$V_{x_{SKW}} = 0.021 \text{ m}$
Błąd średni transformacji	
$m_0 = 0.025 \text{ m}$	

Powyższe parametry zastosowane do wzoru (1) wykorzystano do transformacji współrzędnych osnowy geodezyjnej na obszarze huty (703 punkty) z układu HiL do układu PL-2000. Wynikowe współrzędne uzupełnione o korektę Hausbrandta zamieszczono w pliku „XY_HiL_PL2000.XLS” na CD dołączonym do operatu.

Poniżej zamieszczono model oraz współczynniki transformacji odwrotnej tj. z układu PL-2000 do układu HiL.

$$\begin{cases} x_i^{HiL} = a_0 + a_1(x_i^{PL-2000} - x_B^{PL-2000}) + a_2(y_i^{PL-2000} - y_B^{PL-2000}) \\ y_i^{HiL} = b_0 + b_1(x_i^{PL-2000} - x_B^{PL-2000}) + b_2(y_i^{PL-2000} - y_B^{PL-2000}) \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ – wyznaczone parametry modelu transformacji

$x_i^{PL-2000}, y_i^{PL-2000}$ – współrzędne punktów w układzie PL-2000 (układ pierwotny)

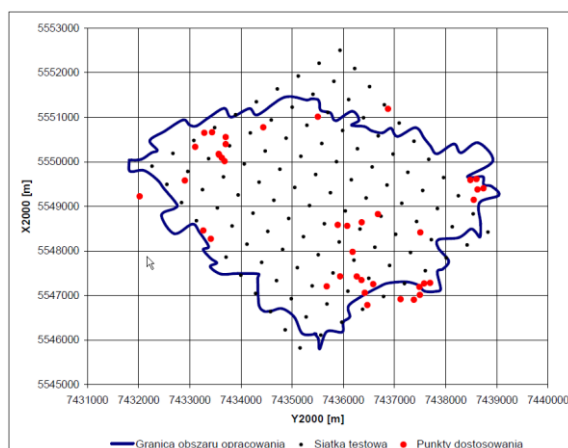
x_i^{HiL}, y_i^{HiL} – współrzędne punktów w układzie HiL (układ wtórny)

$$x_B^{PL-2000} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^{PL-2000}}{n}, \quad y_B^{PL-2000} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^{PL-2000}}{n} - \text{współrzędne bieguna (środka ciężkości) w układzie PL-2000}$$

Tab. 9 Parametry transformacji AGH-A1₍₄₃₎ z układu PL-2000 do układu HiL wraz z charakterystyką dokładności

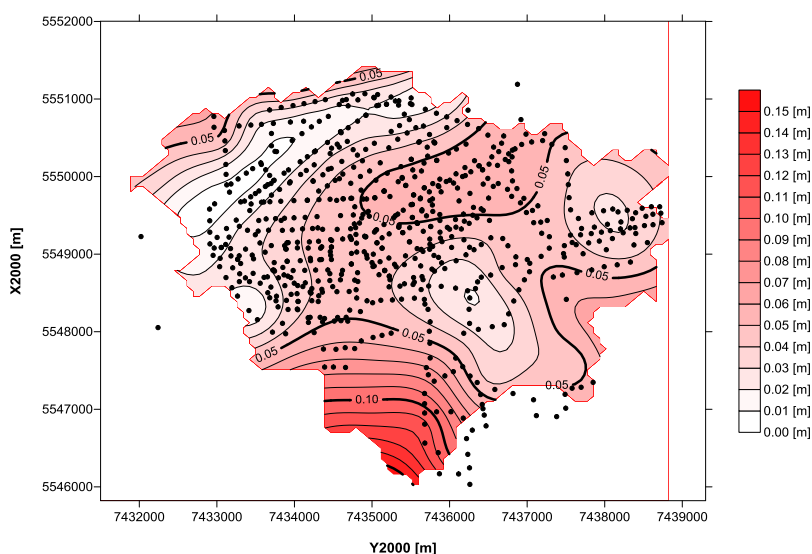
Liczba punktów dostosowania: 43 (86 równań, 6 niewiadomych)	
Współrzędne środka ciężkości w układzie pierwotnym PL-2000	
$x_B^{PL-2000} = 5548858.7326 \text{ m}$	$y_B^{PL-2000} = 7435806.2742 \text{ m}$
Parametry transformacji afinicznej	
$a_0 = 1951.60162790714390$	$b_0 = 2787.1053488374600$
$a_1 = 0.815976792596367$	$b_1 = 0.578205319086308$
$a_2 = -0.578188717930505$	$b_2 = 0.815978912425238$
Charakterystyka odchyłek	
Odchyłki maksymalne dla współrzędnych X i Y	
$V_{x_{\max}} = -0.052 \text{ m}$	$V_{y_{\max}} = -0.056 \text{ m}$
Maksymalna odchyłka wypadkowa: $V_{xy} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$	
$V_{xy_{\max}} = 0.057 \text{ m}$	
Średnie odchyłki bezwzględne	
$V_{x_{ SR }} = 0.020 \text{ m}$	$V_{y_{ SR }} = 0.019 \text{ m}$
Odchyłki średniokwadratowe	
$V_{x_{SKW}} = 0.024$	$V_{x_{SKW}} = 0.023 \text{ m}$
Błąd średni transformacji	
$m_0 = 0.025 \text{ m}$	

Na zakończenie niniejszego opracowania wykonano porównanie ostatecznych wyników opracowania z 2013 r. (OPGK-A3) z wynikami powyższej transformacji (AGH-A1₍₄₃₎). Porównaniu podlegało położenie punktów, których współrzędne obliczono dwoma ww. algorytmami transformacyjnymi. Różnice w położeniu punktów, w postaci odchyłek wypadkowych obliczono na punktach 110 siatki testowej, zlokalizowanej na obszarze transformacji (rys. 9).



Rys. 9 Rozmieszczenie punktów siatki testowej na obszarze transformacji

Efektem porównania jest mapa izolinii różnic w położeniu punktów (rys. 10).



Rys. 10 Izolinie różnic współrzędnych będących wynikami transformacji OPGK-A3 i AGH-A1₍₄₃₎

Warto zwrócić uwagę na obszary o większych różnicach w położeniu punktów, tj. obszar centralny, a szczególnie południowy, na których różnice te przekraczają 5 cm (rys. 10). W rejonach tych znajdują się punkty osnowy, które będą się charakteryzować podobnie dużymi rozbieżnościami. Takie punkty osnowy wraz z wartościami rozbieżności zostały dodatkowo wyróżnione w wykazie „XY_HiL_PL2000.XLS” na CD dołączonym do operatu.

Na ww. obszarach należałoby upatrywać ewentualnych istotnych rozbieżności między wynikami prac geodezyjnych sporządzonych dotychczas na podstawie osnowy przetransformowanej w 2013 r. i prac geodezyjnych, które będą realizowane na podstawie osnowy przetransformowanej opracowanym algorytmem AGH-A1₍₄₃₎.

Literatura

- [1] Operat pt. „Siatka robocza w Nowej Hucie” zawierający „Operat triangulacyjny – Nowa Huta”, Krakowskie Okręgowe Przedsiębiorstwo Miernicze w Krakowie, 20.X.1950 – 25.XI.1951 (opracowanie niepublikowane udostępnione przez UKM Kraków).
- [2] Operat pt. „Pomiar i obliczenie bazy”, Państwowe Przedsiębiorstwo Miernicze, Oddz. W Krakowie, X.1950 (opracowanie niepublikowane udostępnione przez UKM Kraków)
- [3] „Operaty poligonizacji technicznej wykonane na zlecenie Nadzoru Geodezyjnego HiL”, 1968 r.
- [4] Weigel K., 1926: „O dostosowaniu tymczasowych sieci tryngulacyjnych do ostatecznej sieci triangulacyjnej Państwa Polskiego”, Archiwum Towarzystwa Naukowego we Lwowie, Wydział III Matematyczno-Przyrodniczy, T. III.
- [5] Banasik P., 2010: „Opracowanie parametrów transformacji map wektorowych i rastrowych z Układu Lokalnego Krakowskiego (ULK) do układu 2000 wraz z analizą jej geometrycznych konsekwencji dla obszaru Krakowa”, opracowanie na zlecenie UMK Kraków.
- [6] Operat pt. „Transformacja współrzędnych punktów osnowy poziomej układu lokalnego huty na układy 2000, 65 i BL (GRS-80/WGS-84)”, OPGK, Kraków, 2013 (opracowanie niepublikowane udostępnione przez UKM Kraków)